Контрольная работа №1.

Задание 1. Даны матрицы A, B и C. Найти $A\cdot B$, $B\cdot A+C^T$, $f(C)$.

1. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=x^2+2x-3$

2. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $f(x)=x^2-x-1$

3. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} -7 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=x^2+3x+3$

4. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=2x^2+x-5$

5. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $f(x)=x^2-3x+2$

6. $A=\begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $f(x)=x^2+x-5$

7. $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=5x^2-x+2$

8. $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=2x^2+2x-3$

9. $A=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=3x^2+x+3$

10. $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $f(x)=-x^2-x+5$

Задание 2. Вычислить определитель.

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 5 & 3 & 8 & 4 \\ 12 & 7 & 12 & 10 \\ 9 & 5 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} 5 & -7 & -8 & 1 \\ 6 & -8 & 1 & 8 \\ 4 & -6 & -14 & 1 \\ 7 & -9 & 6 & 6 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} 6 & 9 & 8 & 10 \\ 5 & 8 & 3 & 1 \\ 7 & 10 & 11 & 10 \\ 4 & 7 & -1 & -4 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} 2 & -4 & -6 & -4 \\ 1 & 0 & 6 & -4 \\ 4 & -4 & 3 & -2 \\ 5 & -8 & -7 & -9 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 & 8 \\ 4 & 3 & -5 & 9 \\ 5 & 5 & -7 & 11 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

6. $\begin{vmatrix} 10 & -8 & 6 & 4 \\ 7 & -5 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & -5 & 5 \\ 13 & -11 & 11 & 3 \end{vmatrix}$

7. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 & 4 \\ 6 & 5 & 3 & 2 \\ 8 & 9 & -6 & 10 \\ 13 & 12 & 0 & 9 \end{vmatrix}$

8. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -3 & 6 \\ 2 & 0 & 6 & -9 \\ 12 & 8 & 13 & -13 \\ 13 & 12 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

9. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -8 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & -1 \\ 12 & 13 & 1 & 1 \\ 12 & 7 & -12 & 5 \end{vmatrix}$

10. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 7 & 5 \\ 12 & 14 & 14 & 10 \\ 4 & -2 & -11 & -11 \end{vmatrix}$

Задание 3. Решить систему линейных уравнений:
а) матричным методом; б) методом Крамера.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 2x_3 = -10, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 18, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 18. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13, \\ 4x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -24, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -7. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -10, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -28. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -39, \\ 3x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -24, \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 34, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 18, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 = -32. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 23, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -10, \\ 4x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -49. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 2, \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$

Задание 4. Найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 7x_1 - 10x_2 - 8x_3 - 3x_4 = 40, \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 11, \\ 5x_1 - 9x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 31, \\ 3x_1 - 8x_2 - x_3 - 6x_4 = 15. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 10, \\ 5x_1 + 4x_2 + 9x_3 - 2x_4 = 46, \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 = 16, \\ 7x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 10x_4 = 74. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 24, \\ 7x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 9x_4 = 64, \\ 5x_1 - 10x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 28. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 74, \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 62, \\ 8x_1 + 7x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 86, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 50. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 9x_1+6x_2-2x_3-3x_4=75, \\ 5x_1+9x_2+x_3-3x_4=36, \\ 4x_1-3x_2-2x_3-6x_4=39, \\ x_1-5x_2-2x_3-x_4=14. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1-2x_2+2x_3+2x_4=28, \\ 9x_1-5x_2+8x_3+8x_4=82, \\ 5x_1-3x_2+4x_3+4x_4=46, \\ 7x_1-4x_2+6x_3+6x_4=64. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 10x_1+7x_2-10x_3-x_4=27, \\ 7x_1+6x_2-7x_3+7x_4=20, \\ 3x_1+x_2-2x_3+2x_4=2, \\ 5x_1+9x_2-8x_3+8x_4=34. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4=7, \\ 6x_1+x_2-7x_3-3x_4=32, \\ 7x_1+2x_2-4x_3-x_4=39, \\ 2x_1+x_2+x_3+x_4=12. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1+x_2-7x_3+3x_4=30, \\ 4x_1-3x_2+6x_3+x_4=10, \\ 10x_1-5x_2+6x_3+3x_4=46, \\ 6x_1-3x_2+4x_3+x_4=26. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4x_1+3x_2+2x_3-2x_4=9, \\ x_1+x_2+2x_3+x_4=4, \\ 7x_1+5x_2+2x_3-5x_4=14, \\ 5x_1+4x_2+4x_3-x_4=13. \end{cases}$

Задание 5. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$? Если

1.	$\vec{p}=3\vec{a}+6\vec{b}$	$\vec{q}=-\vec{a}+2\vec{b}$	$\vec{a}=(1,2,-3)$	$\vec{b}=(1,0,-1)$
2.	$\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$	$\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$	$\vec{a}=(2,0,1)$	$\vec{b}=(-2,0,1)$
3.	$\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}$	$\vec{q}=2\vec{a}-\vec{b}$	$\vec{a}=(-2,2,1)$	$\vec{b}=(-1,-2,2)$
4.	$\vec{p}=2\vec{b}+3\vec{b}$	$\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$	$\vec{a}=(-1,2,3)$	$\vec{b}=(2,1,1)$
5.	$\vec{p}=-\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{q}=\vec{a}-3\vec{b}$	$\vec{a}=(2,5,1)$	$\vec{b}=(5,0,2)$
6.	$\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{q}=\vec{a}+2\vec{b}$	$\vec{a}=(1,2,-2)$	$\vec{b}=(1,3,-1)$
7.	$\vec{p}=6\vec{a}-2\vec{b}$	$\vec{q}=-3\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{a}=(1,2,3)$	$\vec{b}=(2,-1,0)$
8.	$\vec{p}=6\vec{a}-3\vec{b}$	$\vec{q}=-4\vec{a}+2\vec{b}$	$\vec{a}=(1,3,-1)$	$\vec{b}=(2,1,3)$
9.	$\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}$	$\vec{q}=-2\vec{a}-6\vec{b}$	$\vec{a}=(-1,-2,2)$	$\vec{b}=(1,0,2)$
10.	$\vec{p}=\vec{a}-\vec{b}$	$\vec{q}=-6\vec{a}+6\vec{b}$	$\vec{a}=(1,3,2)$	$\vec{b}=(1,-2,6)$

Задание 6. Найти косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$. Если

1.	$A(2, -2, 3)$	$B(1, -1, 2)$	$C(4, -4, 5)$
2.	$A(0, -2, 6)$	$B(-12, -2, -3)$	$C(-9, -2, -6)$
3.	$A(2, 3, -1)$	$B(4, 5, -2)$	$C(3, 1, 1)$
4.	$A(-1, 2, -2)$	$B(3, 4, -5)$	$C(1, 1, 0)$
5.	$A(-2, -2, 0)$	$B(1, -2, 4)$	$C(5, -2, 1)$
6.	$A(-1, -7, -4)$	$B(2, -1, -1)$	$C(4, 3, 1)$
7.	$A(3, 3, -1)$	$B(3, 2, 0)$	C(4, 4, –1)
8.	$A(2, -2, 6)$	$B(0, 0, 4)$	$C(6, -6, 10)$
9.	$A(0, 1, 0)$	$B(3, 1, 4)$	$C(4, 1, 3)$
10.	$A(3, 2, 0)$,	$B(1, 4, -1)$	$C(4, 0, 2)$

Задание 7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если

1.	$\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}$	$\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 2$	$\lvert\vec{q}\rvert = 1$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$
2.	$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$	$\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 2$	$\lvert\vec{q}\rvert = 2$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$
3.	$\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$	$\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 1$	$\lvert\vec{q}\rvert = 2$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{2}$
4.	$\vec{a} = 3\vec{p} - 5\vec{q}$	$\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 2$	$\lvert\vec{q}\rvert = 1$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{5\pi}{6}$
5.	$\vec{a} = \vec{p} - \vec{q}$	$\vec{b} = 2\vec{p} + 2\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 1$	$\lvert\vec{q}\rvert = 6$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{3\pi}{4}$
6.	$\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$	$\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert = 3$	$\lvert\vec{q}\rvert = 2$	$\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$

7.	$\vec{a}=2\vec{p}-2\vec{q}$	$\vec{b}=\vec{p}+\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert=2$	$\lvert\vec{q}\rvert=3$	$\angle\left(\vec{p},\vec{q}\right)=\frac{\pi}{2}$
8.	$\vec{a}=\vec{p}+\vec{q}$	$\vec{b}=\vec{p}-4\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert=7$	$\lvert\vec{q}\rvert=4$	$\angle\left(\vec{p},\vec{q}\right)=\frac{\pi}{4}$
9.	$\vec{a}=4\vec{p}-4\vec{q}$	$\vec{b}=\vec{p}+3\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert=1$	$\lvert\vec{q}\rvert=1$	$\angle\left(\vec{p},\vec{q}\right)=\frac{\pi}{6}$
10.	$\vec{a}=\vec{p}+\vec{q}$	$\vec{b}=2\vec{p}-\vec{q}$	$\lvert\vec{p}\rvert=2$	$\lvert\vec{q}\rvert=3$	$\angle\left(\vec{p},\vec{q}\right)=\frac{\pi}{3}$

Задание 8. Вычислить объем тетраэдра $A_1A_2A_3A_4$ и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Если

1.	$A_1(2,4,7)$	$A_2(3,3,2)$	$A_3(0,1,2)$	$A_4(-3,7,-2)$
2.	$A_1(-2,4,8)$	$A_2(4,-1,2)$	$A_3(-8,7,10)$	$A_4(-3,4,-2)$
3.	$A_1(6,1,3)$	$A_2(6,-2,-3)$	$A_3(2,2,0)$	$A_4(-5,1,0)$
4.	$A_1(0,-1,2)$	$A_2(-3,3,-4)$	$A_3(-9,-5,0)$	$A_4(-8,-5,4)$
5.	$A_1(0,-4,7)$	$A_2(-5,1,-2)$	$A_3(4,7,-2)$	$A_4(-9,7,8)$
6.	$A_1(2,1,1)$	$A_2(0,5,7)$	$A_3(3,-3,-7)$	$A_4(1,8,5)$
7.	$A_1(4,1,-1)$	$A_2(1,4,-1)$	$A_3(0,1,3)$	$A_4(-2,0,0)$
8.	$A_1(5,2,1)$	$A_2(4,5,4)$	$A_3(8,3,-3)$	$A_4(-7,12,-4)$
9.	$A_1(0,2,-2)$	$A_2(1,9,3)$	$A_3(6,-6,-2)$	$A_4(3,-2,8)$
10.	$A_1(12,2,3)$	$A_2(-7,-5,0)$	$A_3(-4,-8,-5)$	$A_4(-4,0,-3)$

Задание 9.

а) Составить уравнение прямой A_1A_2.

б) Составить уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

в**)** Найти расстояние от точки A_4 до плоскости $A_1A_2A_3$.

г**)** Найти точку M, симметричную точке A_3 относительно прямой A_1A_2.

1.	$A_1(2,4,7)$	$A_2(3,3,2)$	$A_3(0,1,2)$	$A_4(-3,7,-2)$
2.	$A_1(-2,4,8)$	$A_2(4,-1,2)$	$A_3(-8,7,10)$	$A_4(-3,4,-2)$
3.	$A_1(6,1,3)$	$A_2(6,-2,-3)$	$A_3(2,2,0)$	$A_4(-5,1,0)$
4.	$A_1(0,-1,2)$	$A_2(-3,3,-4)$	$A_3(-9,-5,0)$	$A_4(-8,-5,4)$
5.	$A_1(0,-4,7)$	$A_2(-5,1,-2)$	$A_3(4,7,-2)$	$A_4(-9,7,8)$
6.	$A_1(2,1,1)$	$A_2(0,5,7)$	$A_3(3,-3,-7)$	$A_4(1,8,5)$
7.	$A_1(4,1,-1)$	$A_2(1,4,-1)$	$A_3(0,1,3)$	$A_4(-2,0,0)$
8.	$A_1(5,2,1)$	$A_2(4,5,4)$	$A_3(8,3,-3)$	$A_4(-7,12,-4)$
9.	$A_1(0,2,-2)$	$A_2(1,9,3)$	$A_3(6,-6,-2)$	$A_4(3,-2,8)$
10.	$A_1(12,2,3)$	$A_2(-7,-5,0)$	$A_3(-4,-8,-5)$	$A_4(-4,0,-3)$